

# 固体フェムト秒光周波数コム「再」開発と展開

東京大学大学院工学系研究科附属  
光量子科学研究センター 准教授

東京大学卓越研究員

吉岡 孝高

# 超精密な周波数基準としてのレーザー光

## クォーツ時計

水晶振動子

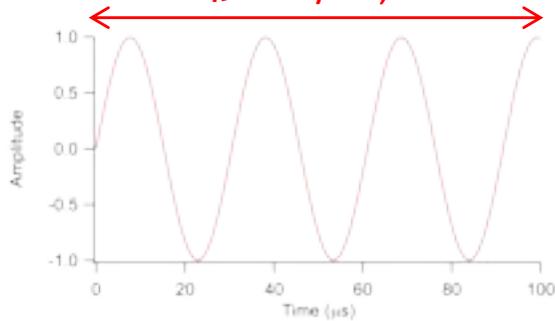
発振器



<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:InsideQuartzCrystal.jpg>

$2^{15} \text{ Hz} = 32,768 \text{ Hz}$

1秒の1/10,000



1秒の刻み

誤差補正の参照先

時報



## 国際標準(1967-)

マイクロ波発振器  
Gunn DRO

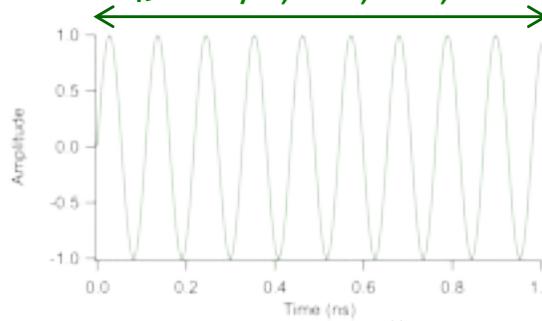


<http://www.miwavetechnoventures.com>

<http://micro.apitech.com>

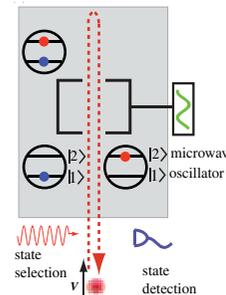
$9,192,631,770 \text{ Hz}$

1秒の1/1,000,000,000



セシウム原子の超微細分裂

Phil. Trans. R. Soc. A  
369, 4078 (2011).



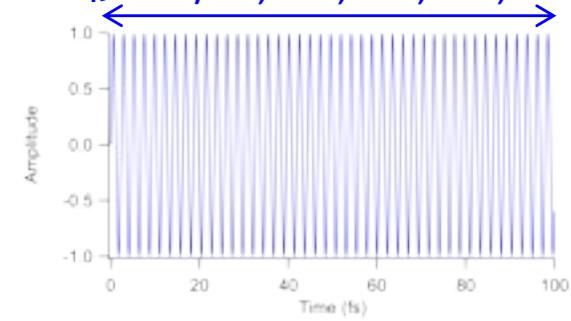
## 未来の標準(20XX-)

制御されたレーザー



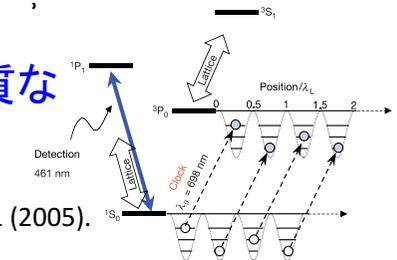
(例)  $429,228,004,229,873 \text{ Hz}$

1秒の1/10,000,000,000,000



原子の良質な電子遷移

Nature 435, 321 (2005).



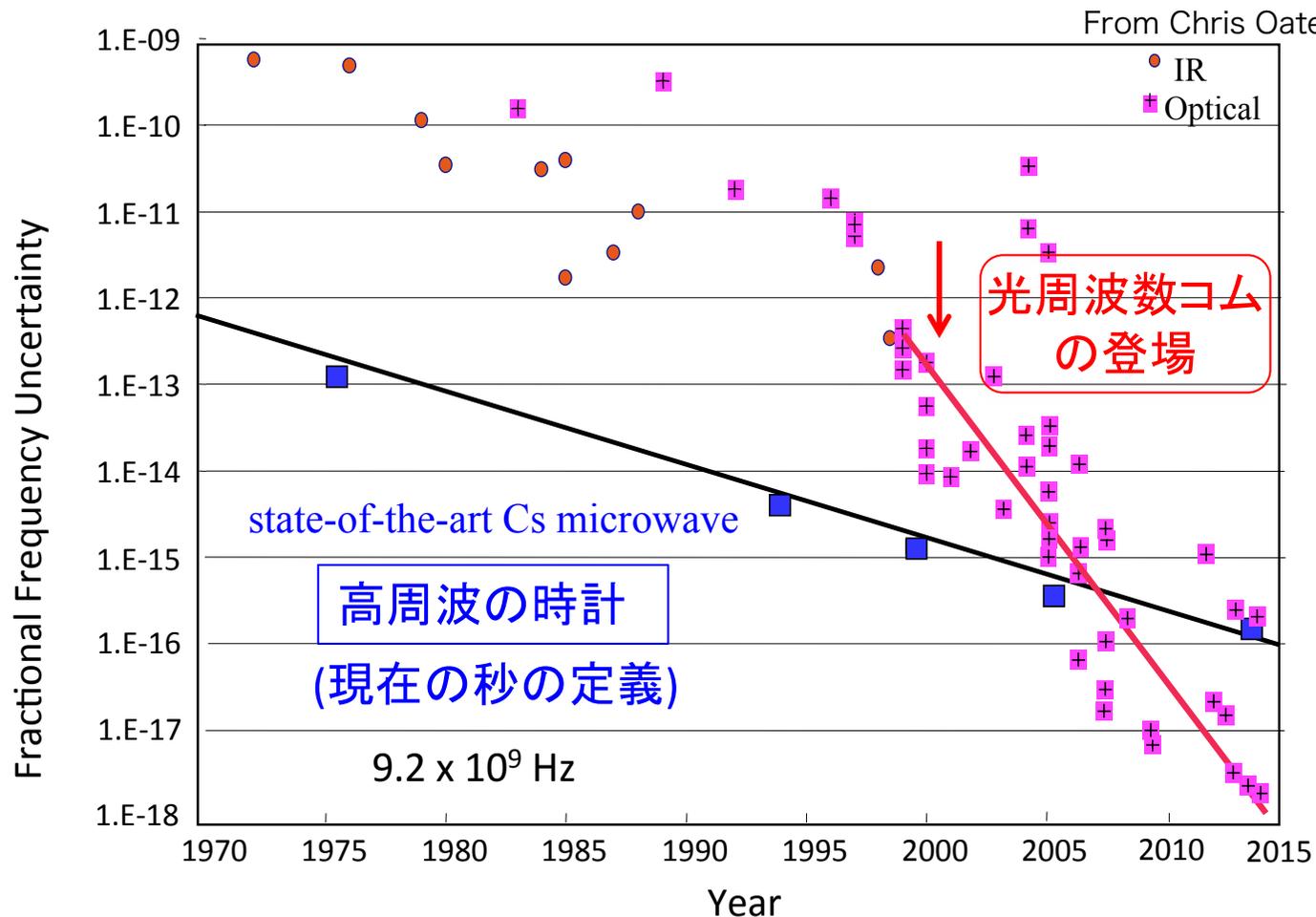
物理実験でのメリット

汎用測定の良質な発振器

様々な物理量の精密測定  
相対性理論

物理「定数」の恒常性  
???理論

# 周波数の測定精度の劇的な向上

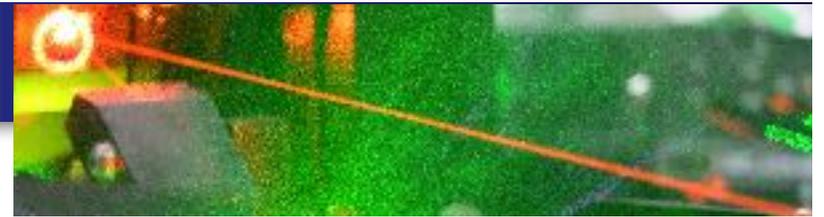


光周波数コムによって光の周波数を測れるようになった

セシウム原子時計が50年間の積算で積み上げてきた「秒」の正確さを光領域の計測がここ数年で乗り越えてしまった。

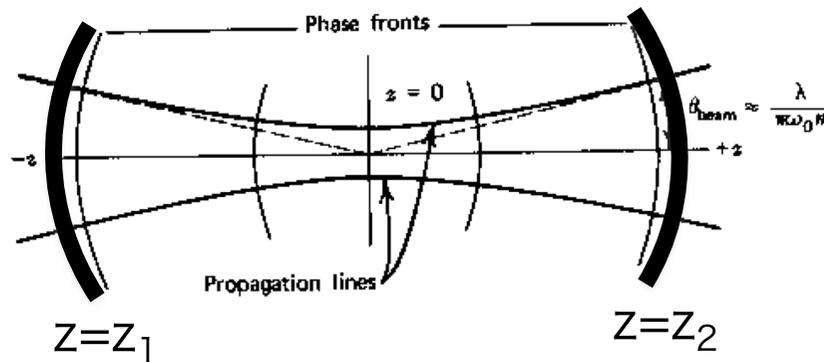
→ 光時計が「秒」の二次表現に採択された理由

# レーザー共振器の共振周波数



$$E_{lm}(\mathbf{r}) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_l \left( \frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \\ \times \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} + ik \left( \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + z \right) - i(l + m + 1)\eta(z) \right]$$

$$\eta(z) = \tan^{-1} \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2 n} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_0} \right)$$



等位相面に一致する曲率半径のミラーを配置すると、その横モードのビームに対して共振器となる。

光が共振器を1周したとき、電場の位相が完全に一致すると共振する。

1周の光学長=波長の整数倍

これは半周で位相が $\pi$ の整数倍だけ、ずれることと等価。

$$\theta_{l,m}(z_2) - \theta_{l,m}(z_1) = N\pi \quad \theta_{l,m}(z) = kz - (l + m + 1) \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_0} \right) \\ k_N L - (l + m + 1) \left( \tan^{-1} \frac{z_2}{z_0} - \tan^{-1} \frac{z_1}{z_0} \right) = N\pi \quad (L = z_2 - z_1)$$

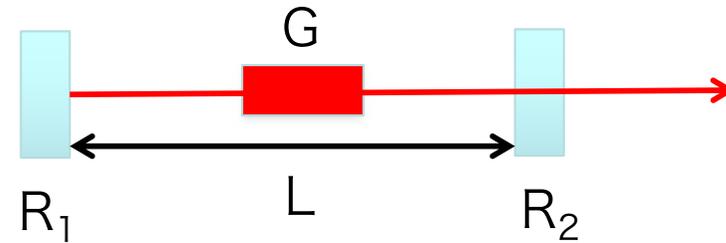
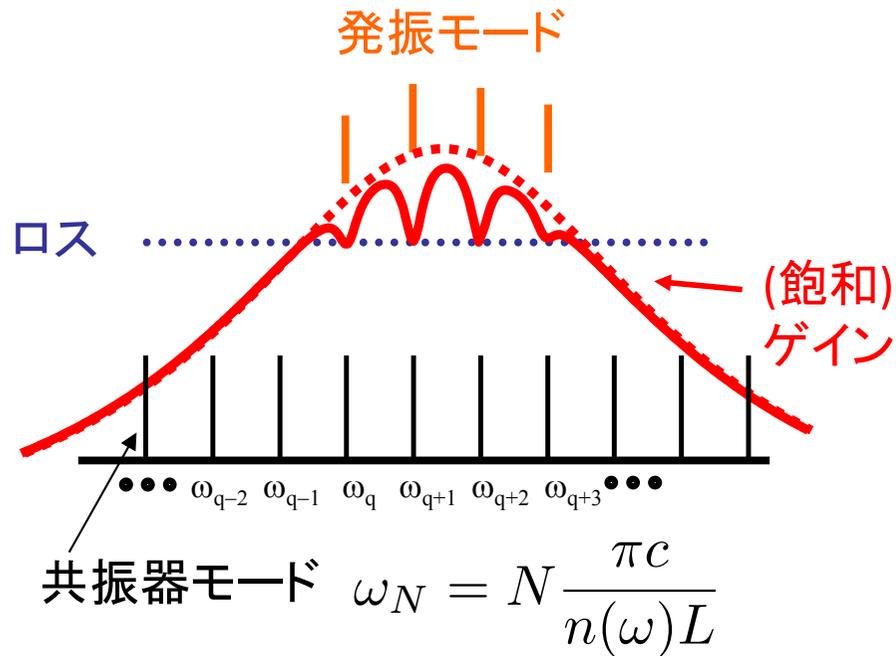
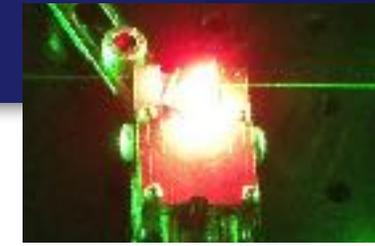
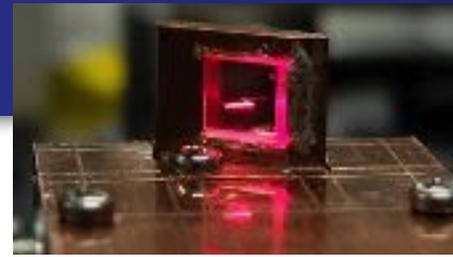
N依存性(l, m固定)  $f_{N+1} - f_N = \frac{c}{2n(f)L}$

l,m依存性(N固定)  $\Delta f = \frac{c}{2\pi nL} \Delta(l, m) \left( \tan^{-1} \frac{z_2}{z_0} - \tan^{-1} \frac{z_1}{z_0} \right)$

共振周波数は離散的で、間隔は光が共振器を一周する時間で決まる。

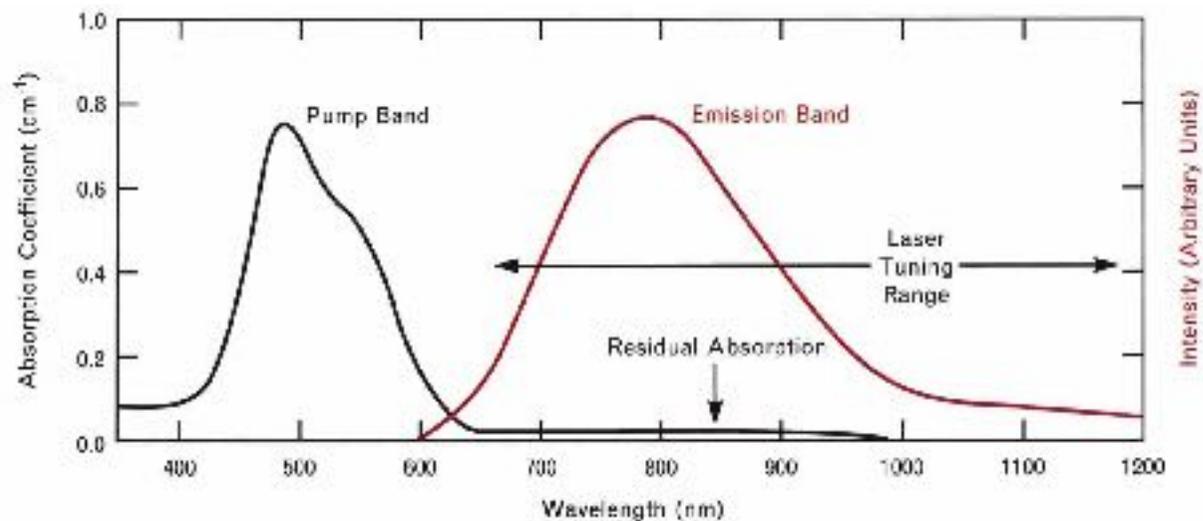
しかし共振器内の分散(レーザー媒質やミラーのコーティング)を忘れてはならない。

# マルチモード発振(cw発振)



- レーザー発振しているとき、ゲインとロスは釣り合っている。
- 余ったパワーがレーザー出力パワー。
- 共振器内でゲインが不足するモードでは発振しない。
- 発振縦モード間隔は一般に等間隔ではない。
- 発振モード間の位相は時間的に変動している。

Ti:Sapphireのレーザー遷移に対応する発光バンド



# モード同期

もし縦モード間隔が一定ならば、マルチモード発振の出力電場は

$$E(z, t) = \text{Re} \left\{ \sum_m \tilde{E}_m e^{-i(\omega_m t - k_m z + \phi_m)} \right\}$$

$$\omega_m = \omega_0 + m\Delta\omega$$

$$E(z, t) = \text{Re} \left\{ e^{-i\omega_0(t - \frac{z}{c})} \sum_m \tilde{E}_m e^{-i[m\Delta\omega(t - \frac{z}{c}) + \phi_m]} \right\}$$

かつ、各モード $m$ の位相が相対的に固定されている場合  
=モード同期(mode-locking)

例えば、すべての $\phi_m=0$ で、電場振幅が同一である場合を考えると

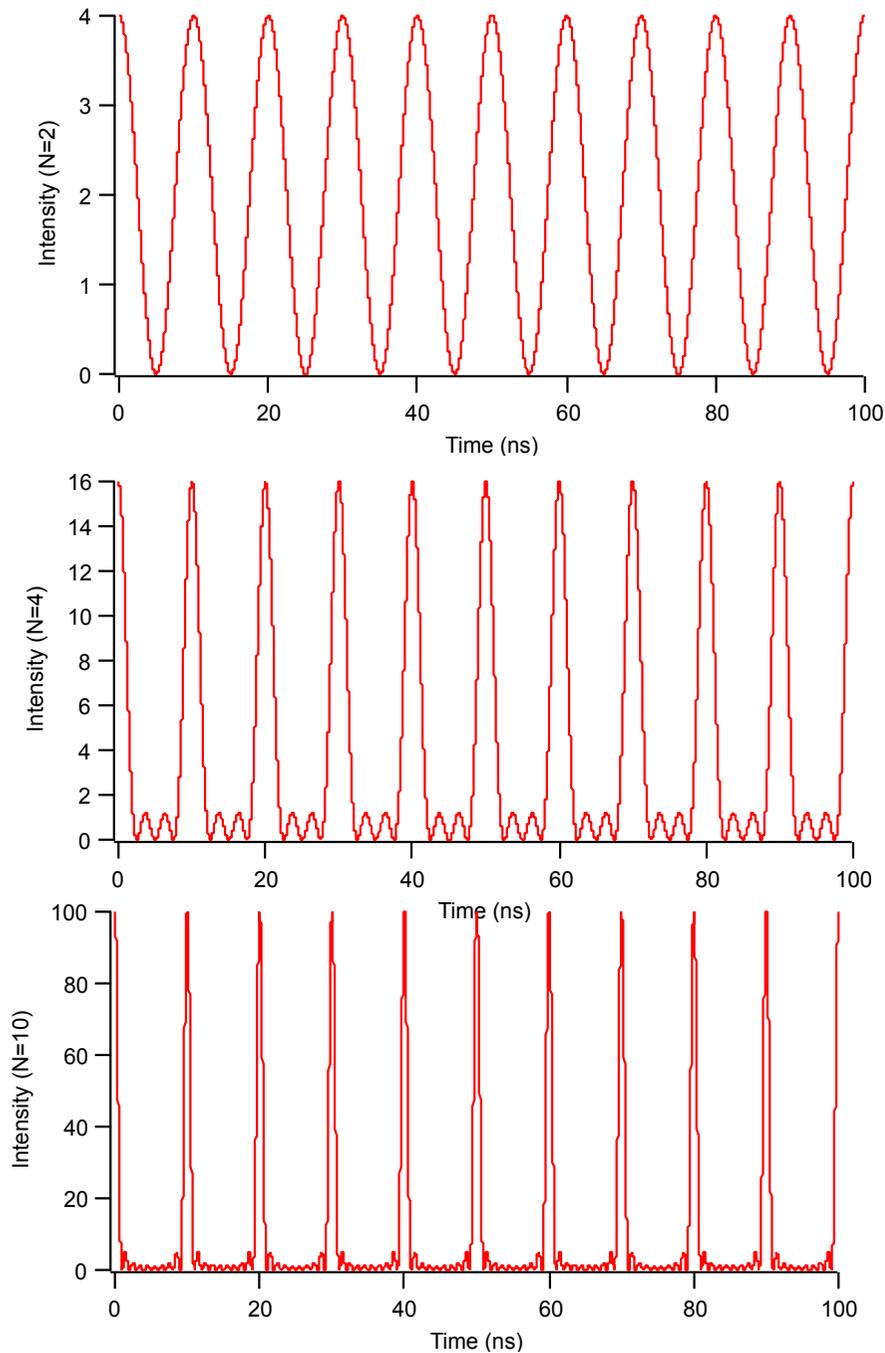
$$E(z, t)^{\text{ML}} = \text{Re} \left\{ \tilde{E}_0 e^{-i\omega_0(t - \frac{z}{c})} \frac{\sin \left\{ \left( N \frac{\Delta\omega}{2} \right) \left( t - \frac{z}{c} \right) \right\}}{\sin \left\{ \left( \frac{\Delta\omega}{2} \right) \left( t - \frac{z}{c} \right) \right\}} \right\}$$

$z=0$ ととり、 $I(t) \propto |E(z, t)^{\text{ML}}|^2$  を評価すると

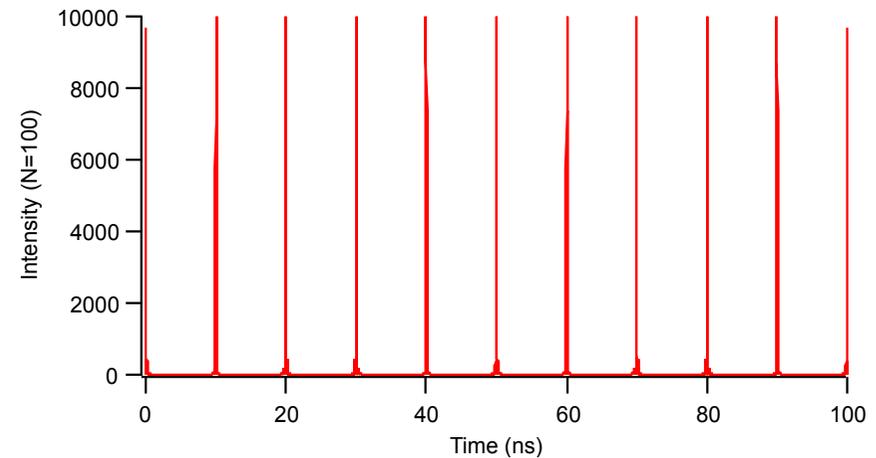
$$I(t) \propto |\tilde{E}_0|^2 \frac{\sin^2 \left( N \frac{\Delta\omega t}{2} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\Delta\omega t}{2} \right)}$$

足し合わせるモードの数 $N$ が増えると  
周期 $2\pi/\Delta\omega$ のデルタ関数列に漸近する

# モード同期の効果



モード間隔100MHz  
N=2, 4, 10, 100



より多くの縦モードが位相ロックされるほど、より短いパルスが出力される。  
 $(100 \text{ THz})^{-1} = 10 \text{ fs}$   
ピーク強度はモード数の2乗で強くなる。

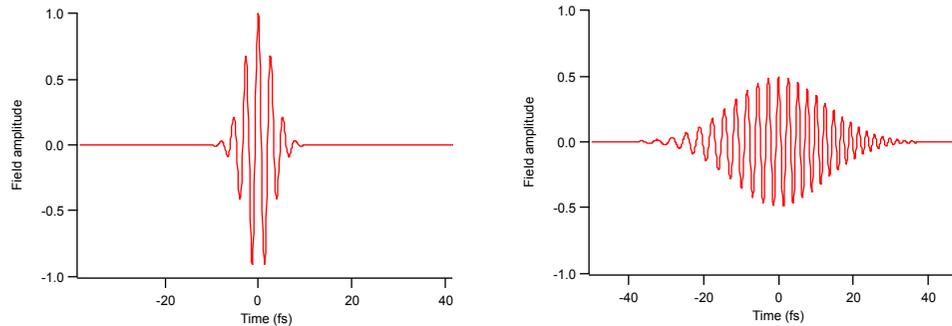
たくさんのcw発振達が強め合いの干渉で強力な光パルスを形成している。

# モード同期レーザーの成立条件

マルチモードレーザーは、自然にはモード同期を起こさない。  
レーザーがモード同期を生じ、規則正しいパルスを発振するための条件は？

大まかには、2つの条件が満たされれば良い。

**条件1** 共振器を1周したときに、パルスが安定な解である必要がある。

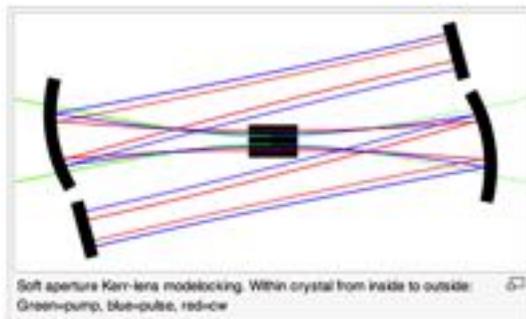


レーザー中には分散があるため、何も工夫をしなければ光パルスは形状を保てない(「チャープ」)。



プリズムやチャープミラーを用いた分散補償

**条件2** モード同期によってパルスを走らせる方が、連続波(cw)発振で定常的な光を発振させるよりもレーザーの中では得である必要がある。



カーレンズ効果や非線形偏波回転を用いた自己振幅変調を利用

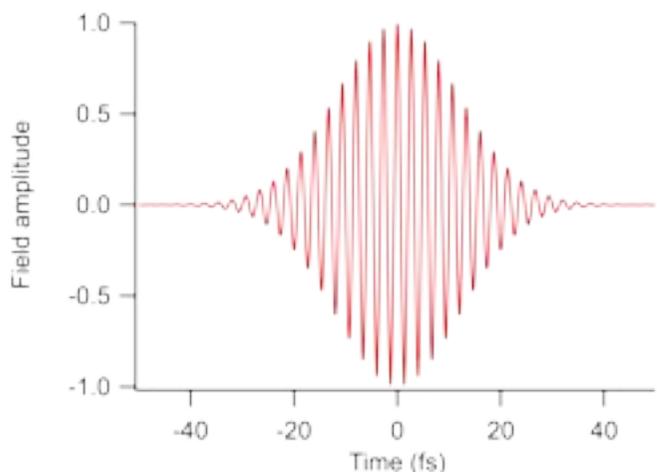
# 非線形光学効果

物質の光応答は、光で励振された振動分極からの電気双極子放射で決まる。

$$P = \epsilon_0 [\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots]$$

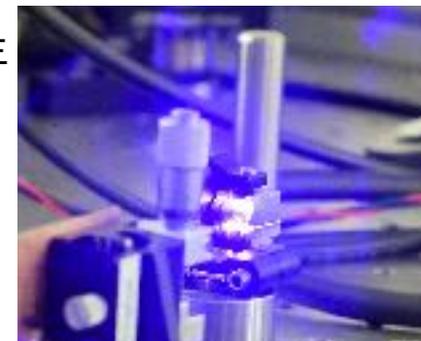
光電場が強くない場合：線形応答

入射光と同じ周波数で分極から放射：屈折率をもたらす。



平均パワー 1W、パルス幅20 fs、繰り返し100 MHz  
= ピークパワー 500 kW

第二高調波発生  
 $\omega \rightarrow 2\omega$



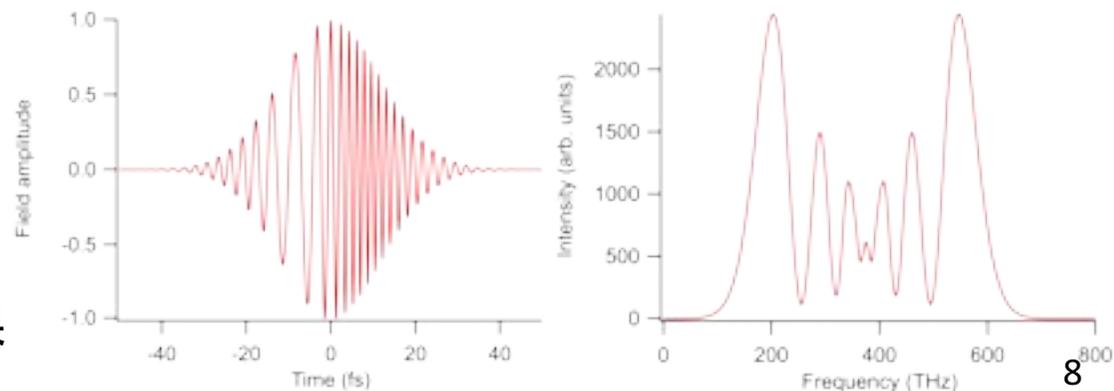
直径 100  $\mu\text{m}$ に絞ると  $I=6 \times 10^9 \text{ W/cm}^2$  2次の非線形光学効果が効いてくる

直径 10  $\mu\text{m}$ に絞ると  $I=6 \times 10^{11} \text{ W/cm}^2$  3次の非線形光学効果が効いてくる

$$P^{(3)} = \epsilon_0 \chi^{(3)} E^2 E \propto \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)} I \cdot E$$

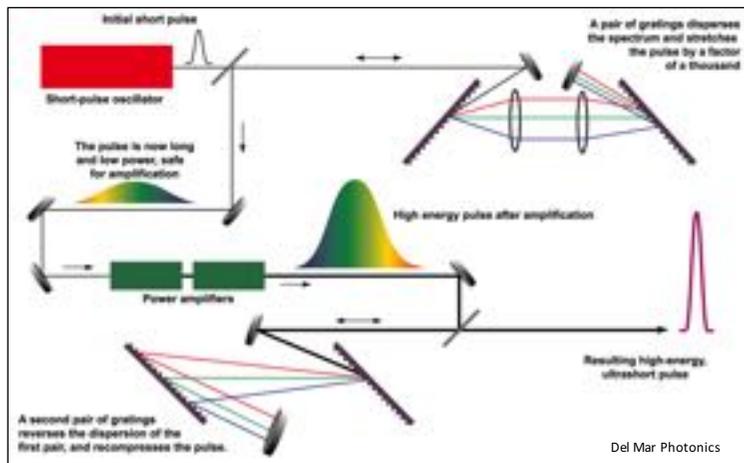
自分自身の光強度に比例して屈折率  
(位相)がダイナミックに変わる

自己位相変調-スペクトルの拡大効果



# さらに強度を上げると...

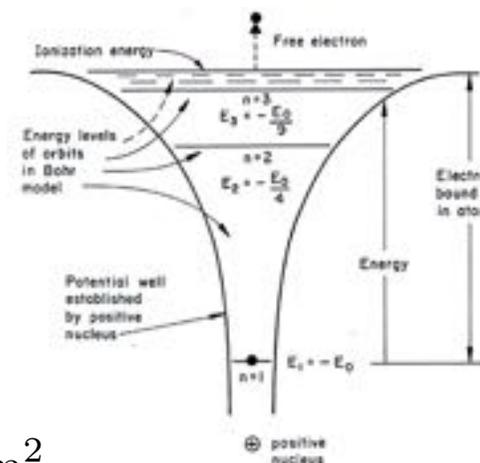
「再生増幅器」等で、パルス幅をキープしつつ  
さらにパワー密度を6桁以上、上げることが出来る



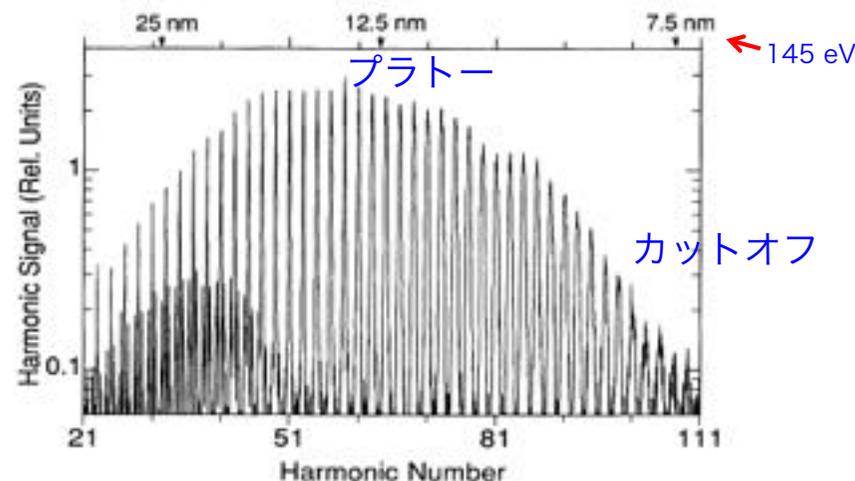
原子核が電子を束縛する電場  
と同等の光電場では...

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E^2 = 3.4 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$$

10<sup>14</sup> W/cm<sup>2</sup>あたりから、非摂動の領域に入る



10<sup>15</sup> W/cm<sup>2</sup>の光を  
希ガスに絞ると  
高次高調波発生



J. Macklin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 766 (1993).

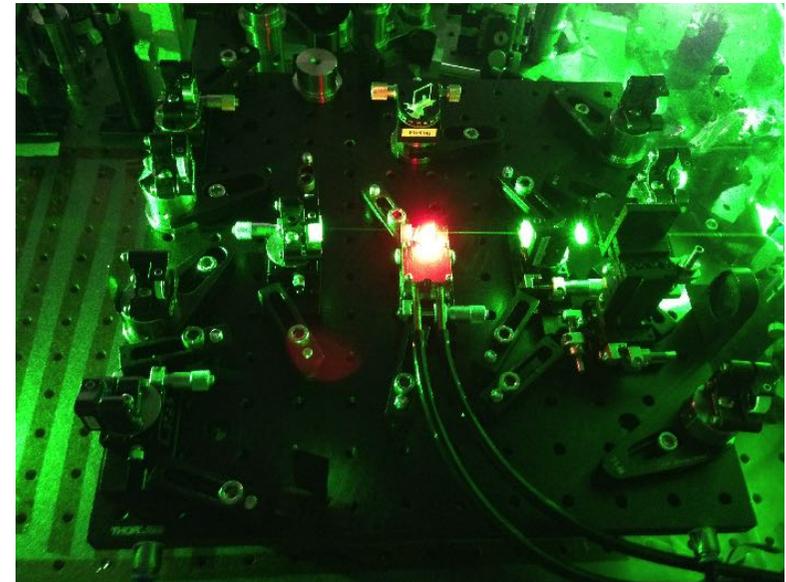
$I > 10^{29} \text{ W/cm}^2$

真空の非線形性 ~電子と陽電子の生成や  
光子光子相互作用~ が現れる

# フェムト秒固体レーザーとフェムト秒ファイバーレーザー

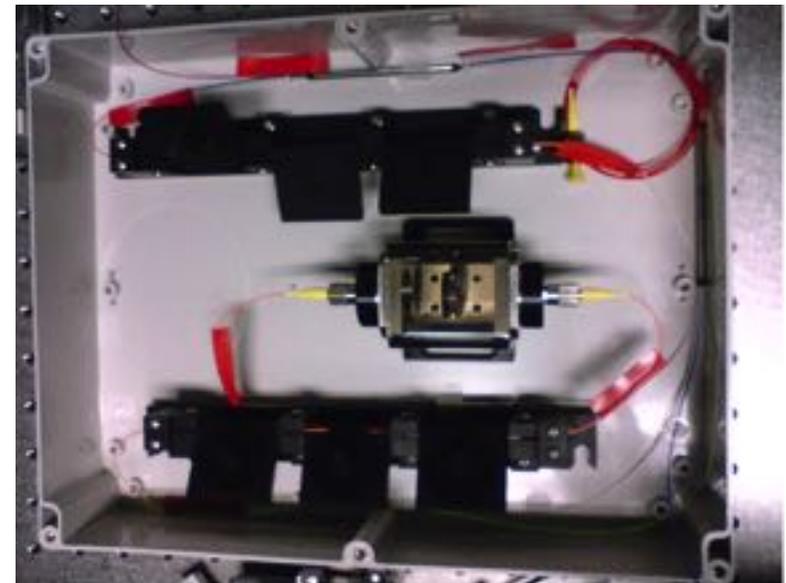
## モード同期固体レーザー (1990年代に成熟)

- 近赤外-可視 (700-1000 nm)
- 短パルス (数10 fs- 5 fs)
- 広帯域
- 増幅無しで高出力 (数100 mW-数W)
- 繰り返し周波数が高い (<10 GHz)
- 線幅が細い
- きれい
- 長期安定性に欠ける
- 励起レーザーが高額



## モード同期ファイバーレーザー (2000年代に成熟)

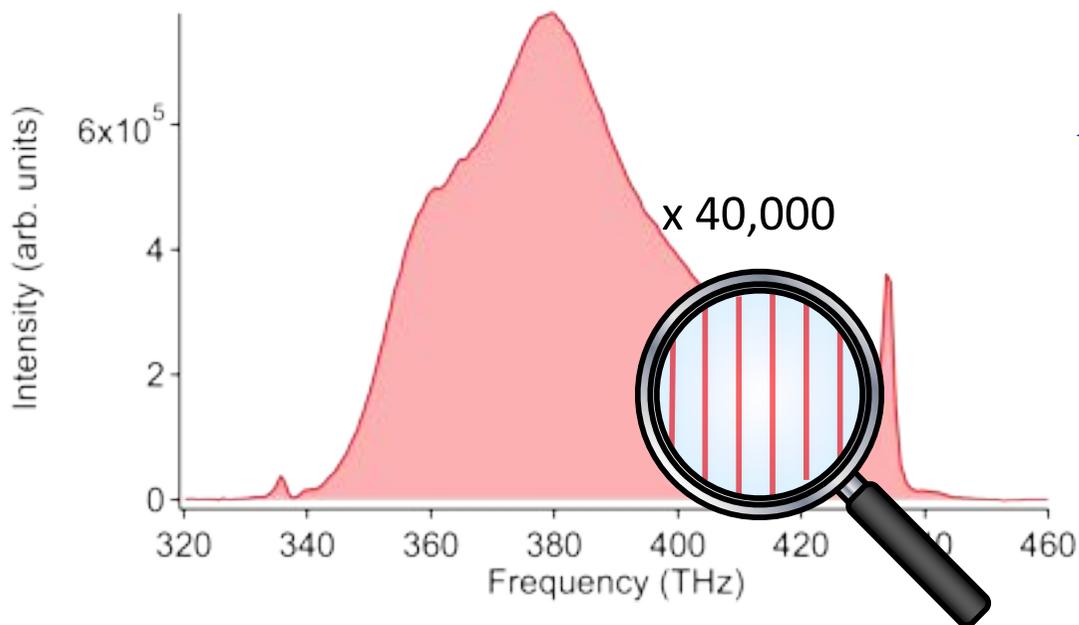
- 近赤外 (1030 nm, 1560 nm)
- 少しパルス幅が長い (40 fs- 200 fs)
- 帯域はあまり広くない
- パワーの増幅が得意
- 繰り返し周波数が低い (<250 MHz)
- 可動部が少なく長期安定性が良い
- 線幅は太くなりがち



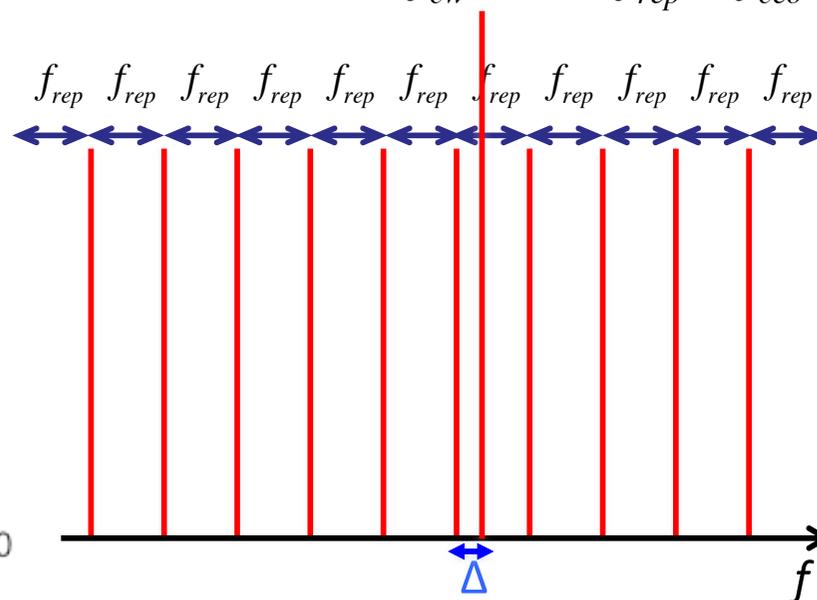
可視や紫外を出したいとき、究極の線幅の細さを目指したいとき  
= もし長期安定ならば固体レーザーが最適

# フェムト秒光周波数コムによる光周波数測定

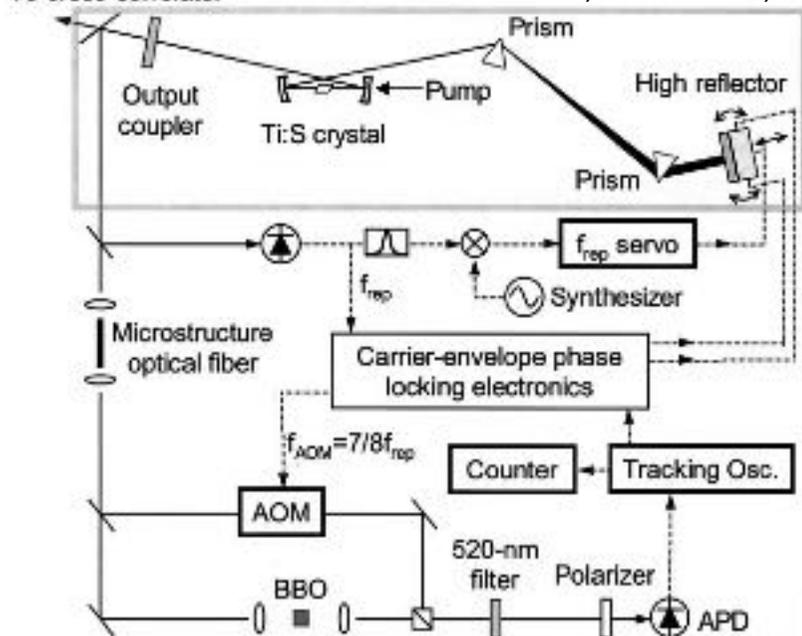
モード同期Ti:Sapphireレーザーの典型的スペクトル



$$f_{cw} = m \times f_{rep} + f_{ceo} + \Delta$$



D. J. Jones *et al.*, Science 288, 635 (2000).



$$f_n = n \times f_{rep} + f_{ceo}$$

100万のオーダーの自然数  
ともに10-1000 MHz程度で測定・制御可能

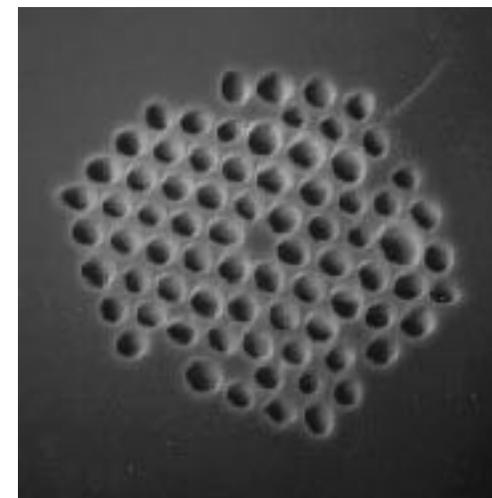
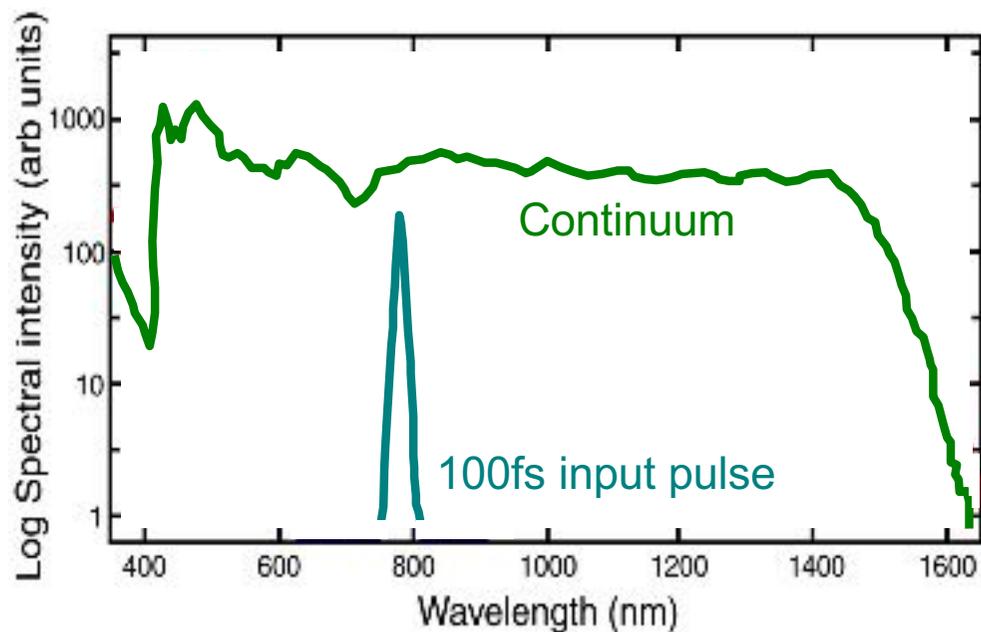
光周波数間隔は原理的に等間隔。

2000年にフェムト秒光周波数コムが報告されて以来、高周波標準の精度で光周波数の測定が可能となった。

どれだけ動かない細い楕になっているかが、光周波数の測定能力を決める。

# フォトニック結晶ファイバー

横モードのコアへの強い閉じ込め(数 $\mu\text{m}$ )と、ゼロ分散の伝搬  
自己位相変調や4光波混合(3次の非線形)が効率良く起こる



“Supercontinuum”

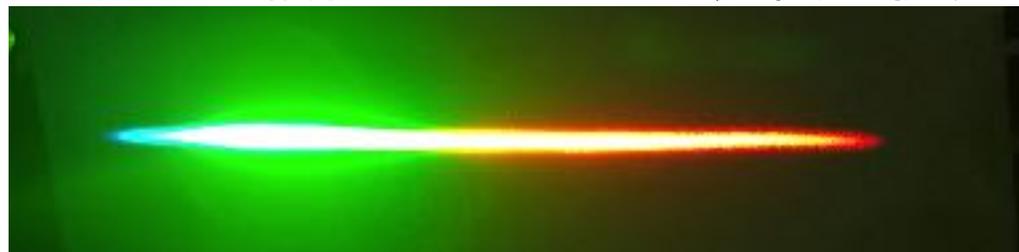
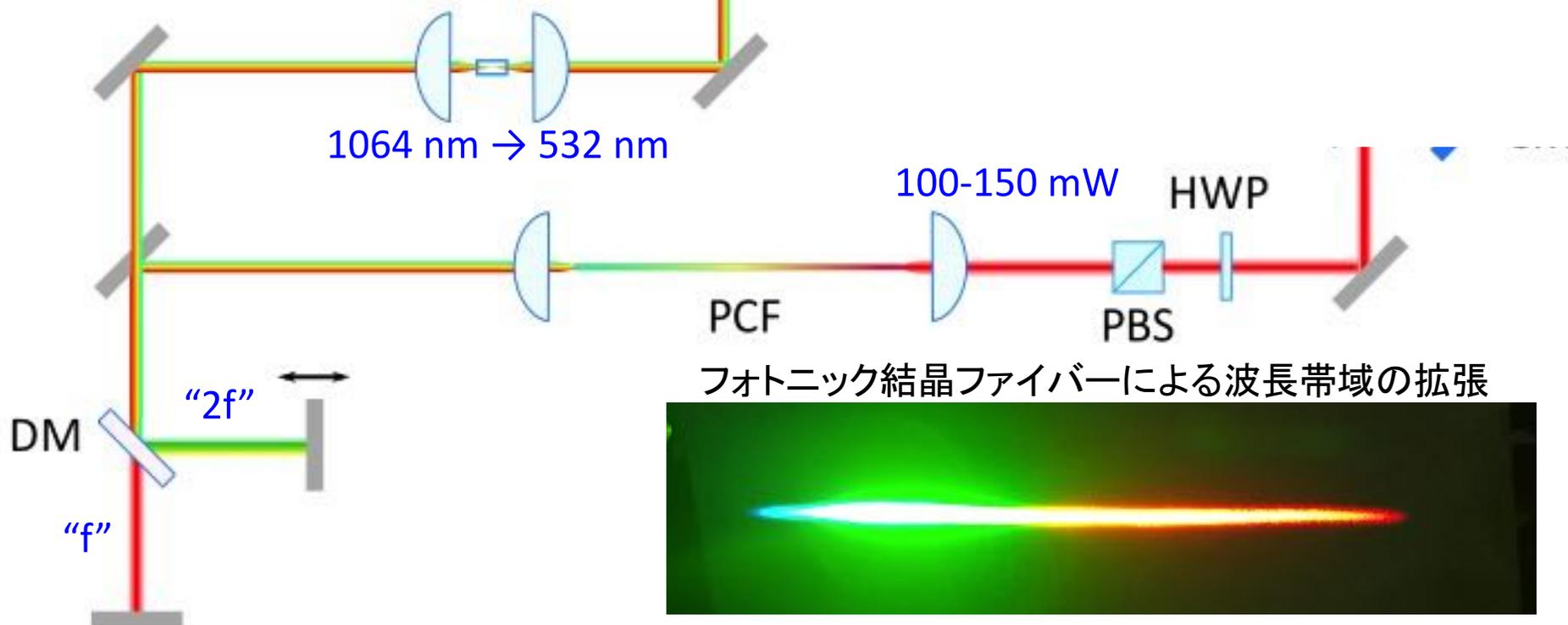
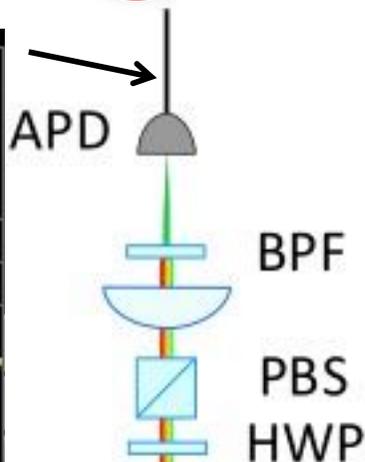
J.K. Ranka *et al.*, Opt. Lett. 25, 25 (2000).

従来SPM等で白色を得るためには、モード同期レーザーでは  
ピークパワー不足であって、増幅器が必要であった。

モード同期レーザーの出力のみで、オクターブ以上のスペクトル  
広がりを得られるようになり、一種の革命となった。

# f-2f 干渉計によるオフセット周波数の観測

全ての縦モードは  $f_n = n \times f_{rep} + f_{ceo}$



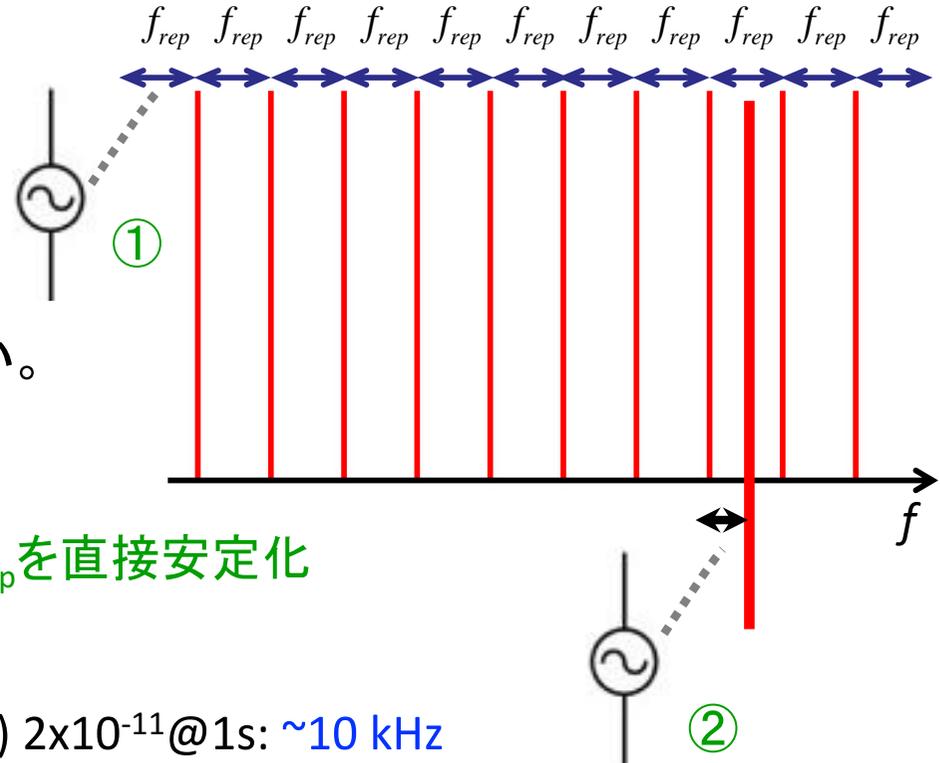
# 繰り返し周波数の基準の選択とコムの線幅

$$f_n = n \times f_{rep} + f_{ceo}$$

~400 THz      100 MHz      0~50 MHz

$4 \times 10^6$

$f_{ceo}$  は高純度なRFを選定して基準にすれば良い。  
何を基準にして  $f_{rep}$  を安定化するか？



① 安定なRF源から  $f_{rep}$  を用意、それにコムの  $f_{rep}$  を直接安定化

基準RFの短期安定度が問題...

ルビジウム原子時計 (10 MHz)  $2 \times 10^{-11}$  @ 1s: ~10 kHz  
セシウム噴水時計 (9.2 GHz)  $1 \times 10^{-12}$  @ 1s: ~1 kHz  
水素メーザー (1.4 GHz)  $1 \times 10^{-13}$  @ 1s: ~100 Hz

② 安定な光周波数を用意、それにコムの  $n \times f_{rep}$  を安定化

基準光周波数がそのままコムの精度と安定度を決定する。

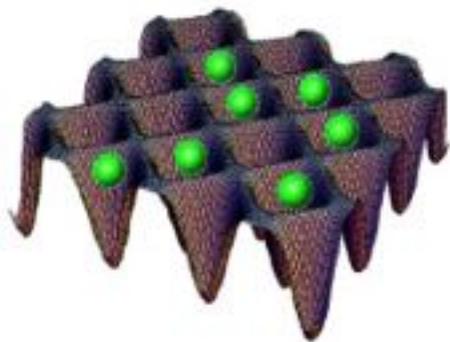
②-A. 線幅1 Hzかつドリフトしないcwレーザー: 1 Hz (究極向け)

②-B. 線幅1 kHzかつドリフトしないcwレーザー: 1 kHz (天文向け)

②-A  
光格子時計を用いた光周波数コムの周波数安定化

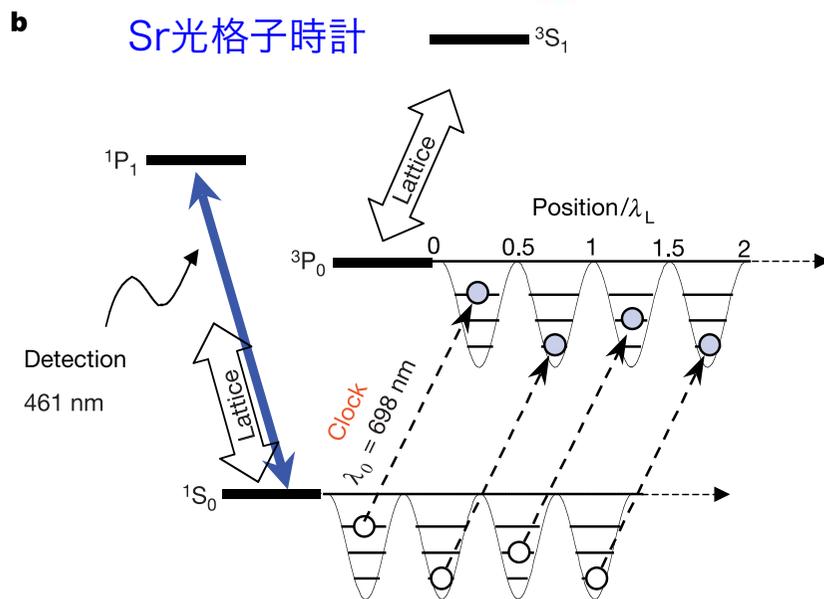
# 光格子時計

M. Takamoto *et al.*, Nature **435**, 321 (2005).



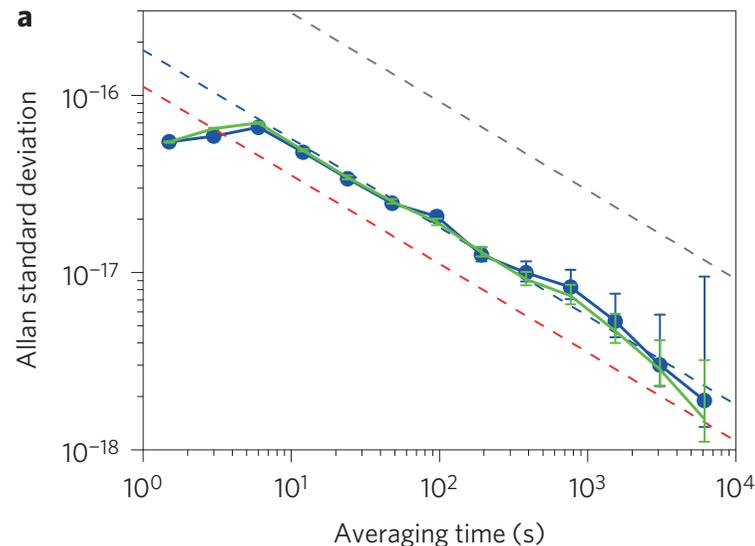
周波数シフトにつながる原因を完全に制御した上で、多数の中性原子の遷移周波数を測定し、短い測定時間でも周波数の不確かさを減らすという発想

$$\text{Allan分散} \quad \sigma_{\gamma}(\tau) \approx \frac{\Delta f}{f_0 \sqrt{N\tau}}$$



- ・ 光格子を使ってLamb-Dicke regimeでトラップすると、原子間相互作用やドップラーシフトを劇的に落とすことができ、本来持っている自然幅を観測できる。
- ・ 「魔法波長」で光格子を作ることによって、時計遷移の上準位と下準位の光シフトの差をなくすることができる。

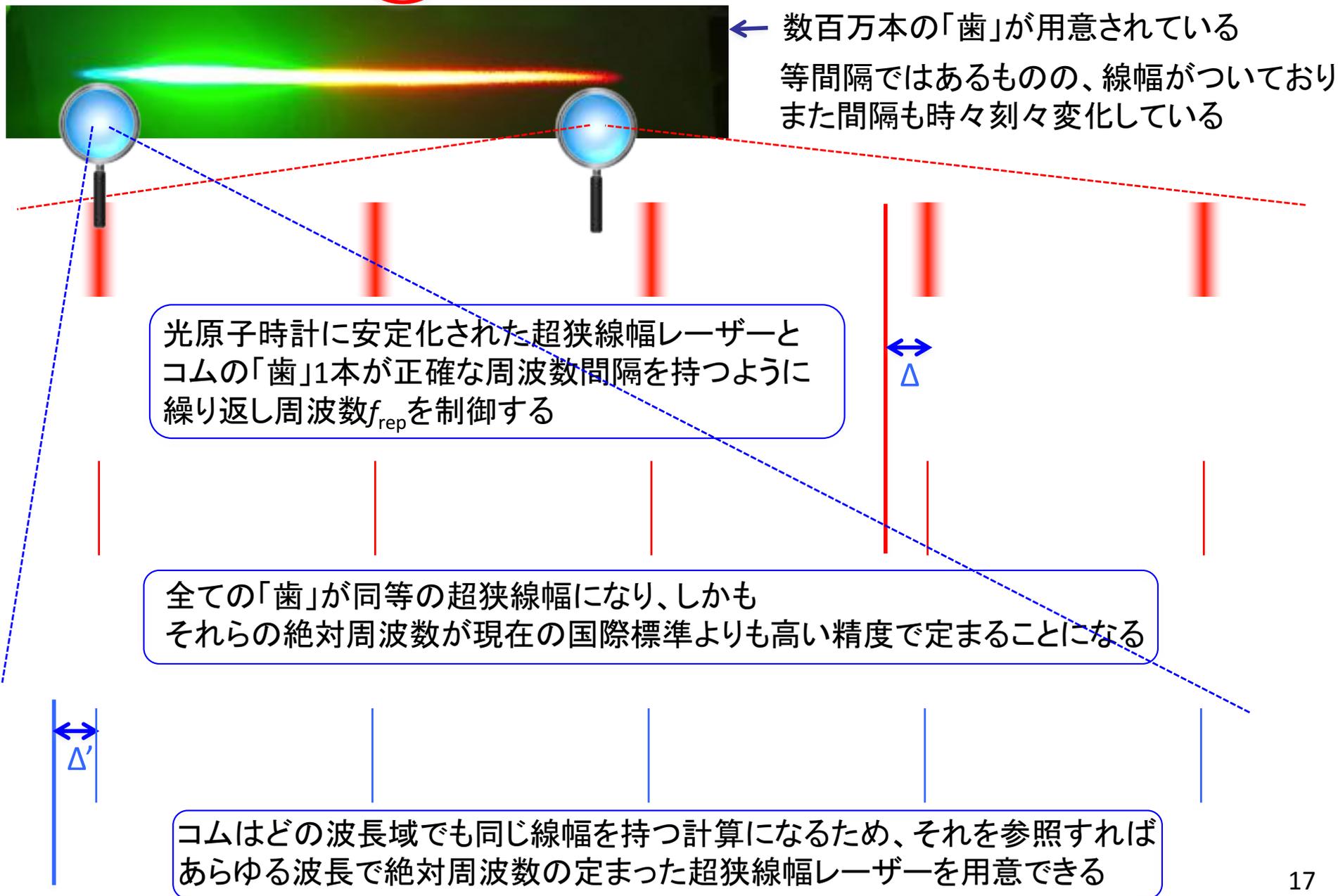
2005年の発表当時は1秒間の積算で $10^{-14}$ の不確かさ。  
今や1秒間で $10^{-16}$ 、数千秒の積算で18桁に到達している。



I. Ushijima *et al.*, Nat. Photon. **9**, 185 (2015).

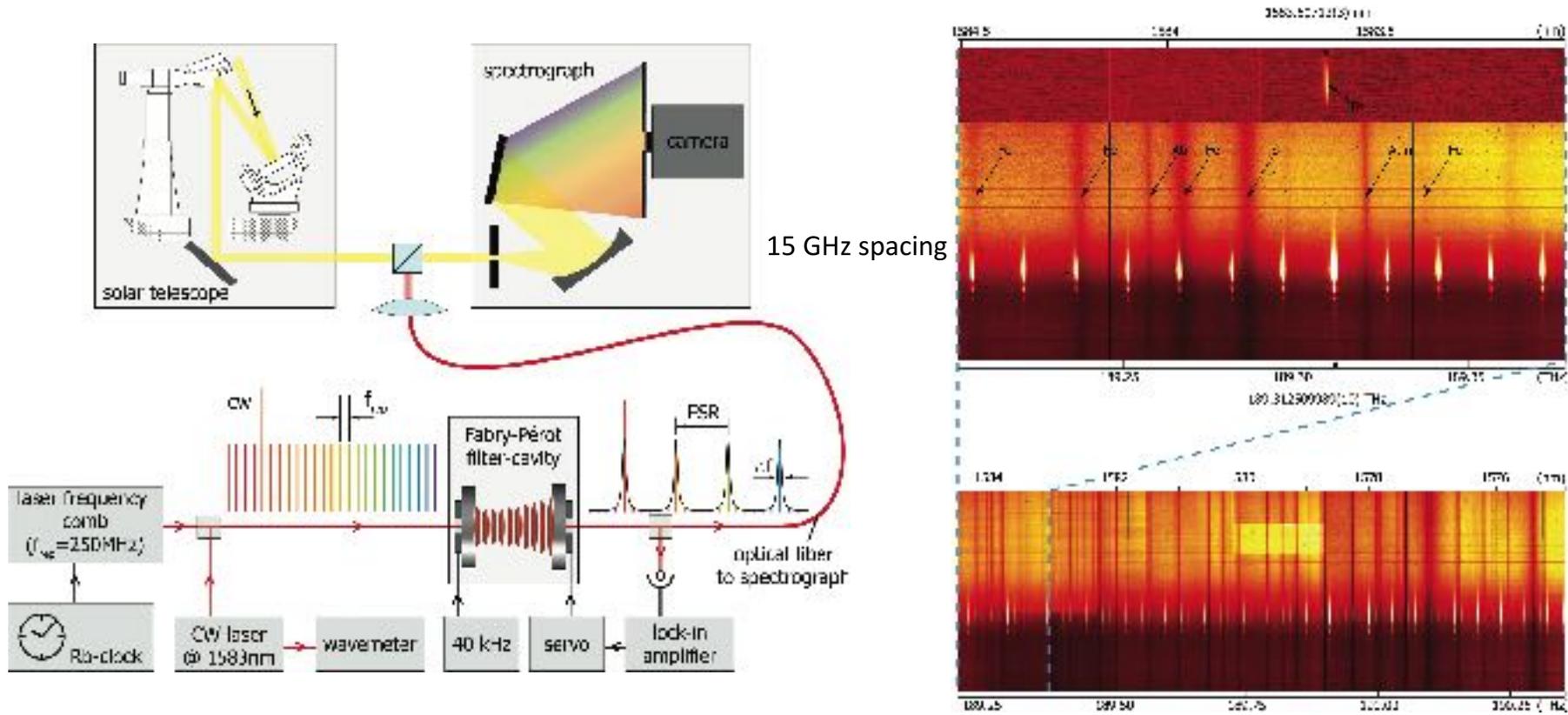
# 全縦モードの超高精度な安定化

全ての縦モードは  $f_n = n \cdot f_{\text{rep}} + \delta$  ( $\delta$ は0.1 mHzのレベルで安定化済み)

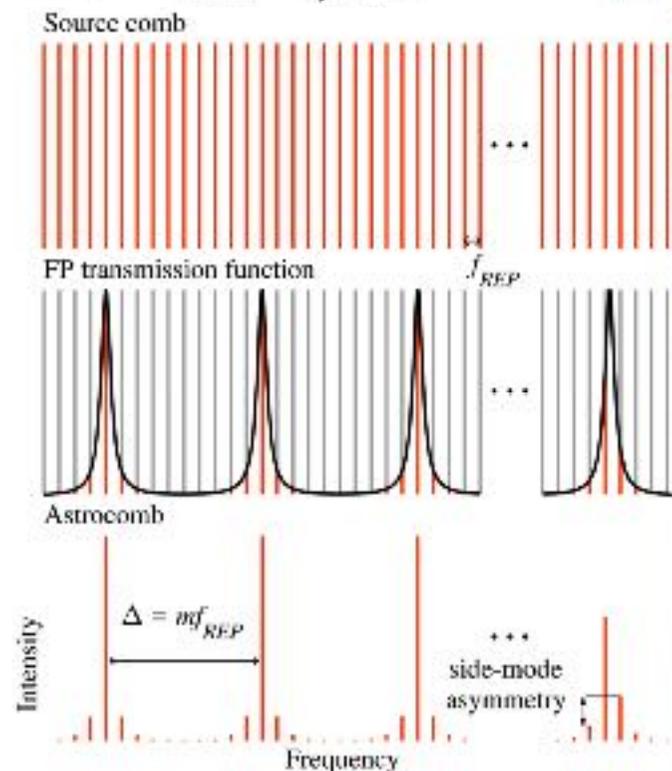
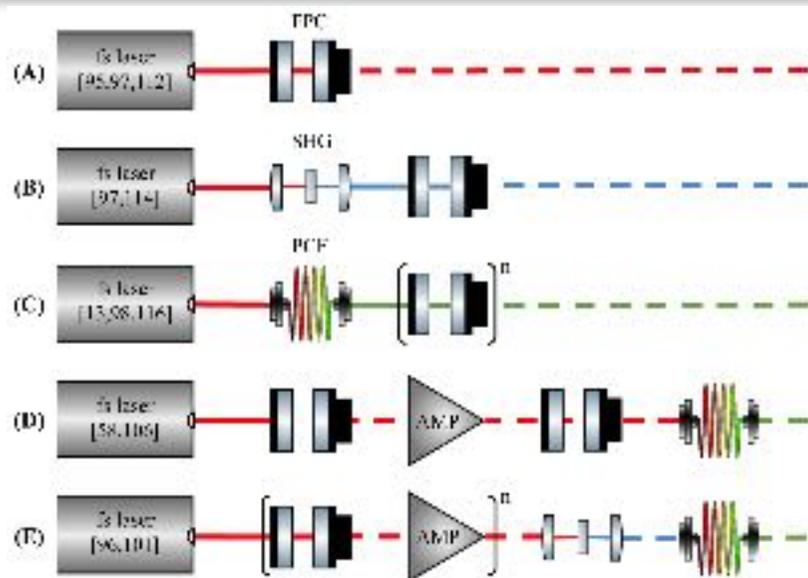


## ②-B

# 繰り返し40 GHz固体天文コムを試作



# 天文コムとFabry-Perot共振器



R. A. McCracken *et al.*, Opt. Exp. 25, 15058 (2017).

## コムへの要求

①視線速度の変化 1 cm/s

500 nmにおいて20 kHzのシフト

コム線の線幅は数kHzが良い:

原子遷移にロックしたcwを基準にする(後述)

②R=50,000, 500 nmで観測したいとすると

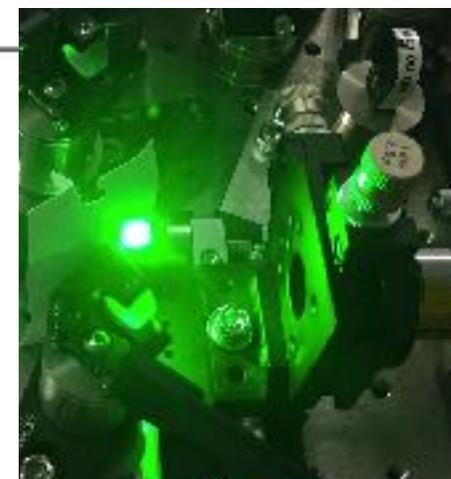
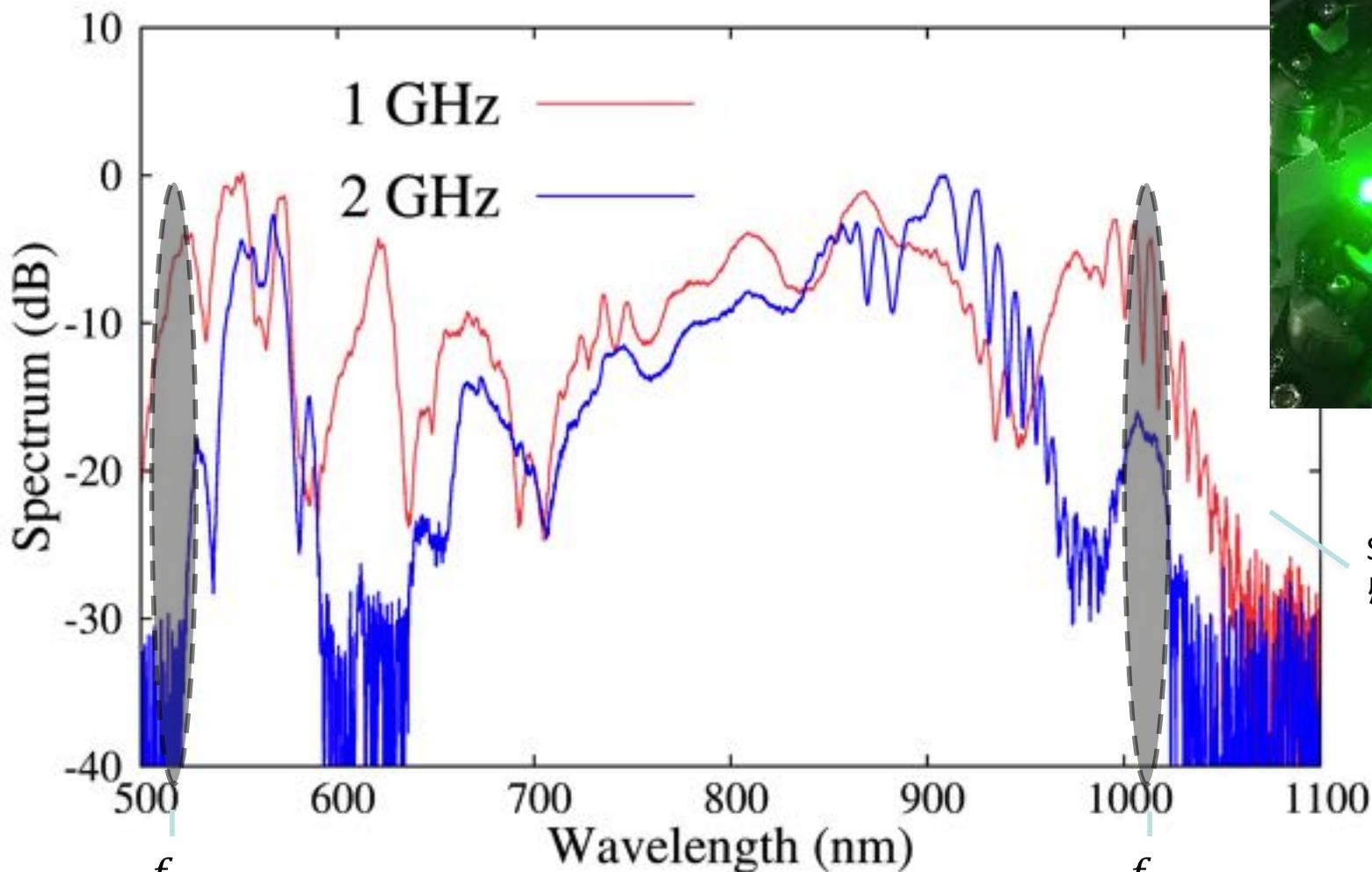
$\Delta f = 12$  GHzなので、繰り返しは40 GHzくらい欲しい

Fabry-Perot共振器等による「間引き」が必要

- FP共振器の縦モード間隔が光周波数コムに合うように制御が必要
- 線幅が細いFP共振器ほど
  - 分散の制御が完璧でないとコムと合わない
  - 擾乱に敏感、その制御は精緻かつ高速である必要

# PCF(長さ10 cm)によるスペクトル拡大

$f_{rep} = 1 \text{ GHz}, 2 \text{ GHz}$  における白色スペクトル (ポンプレーザーパワー: 5.5 W)



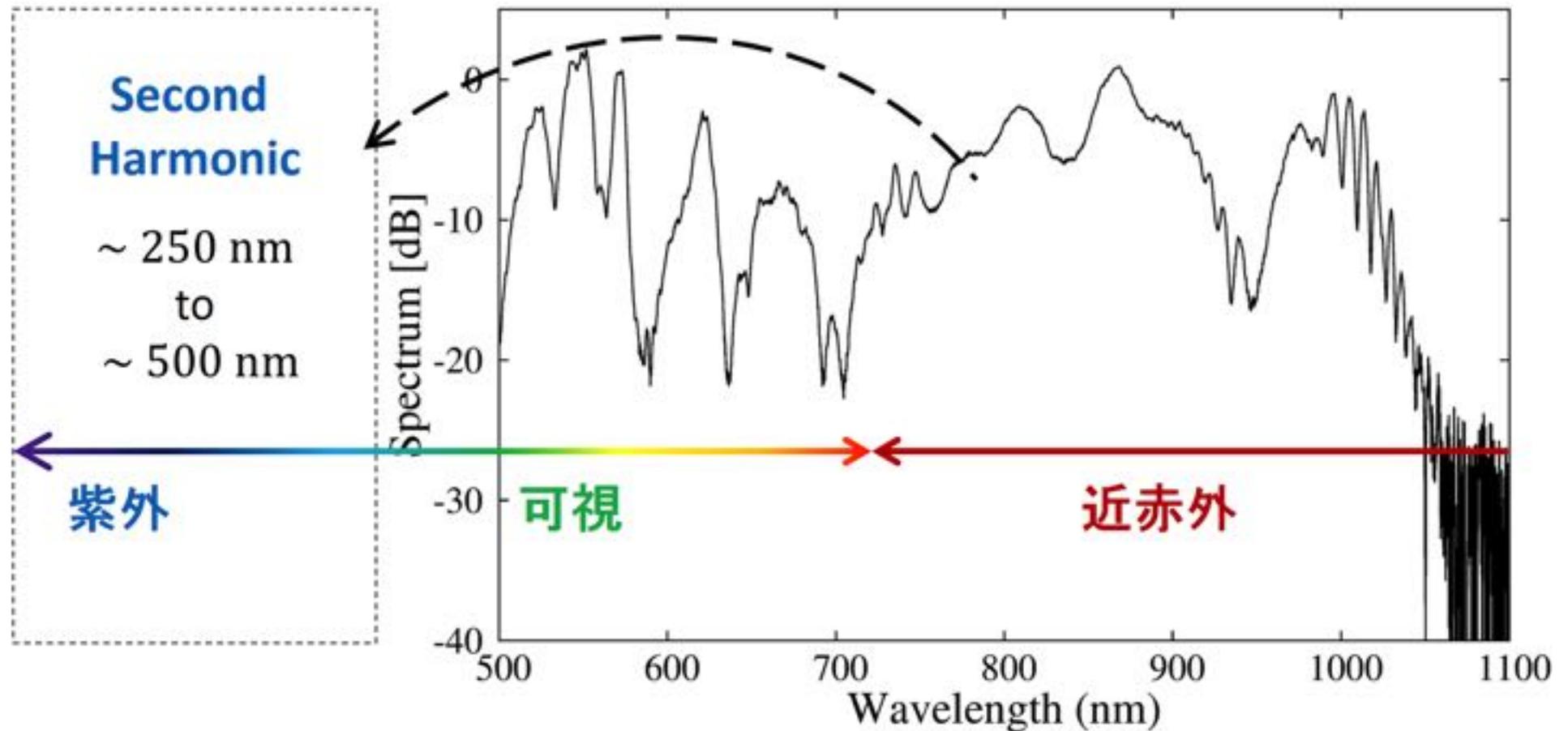
Si検出器の  
感度不足

$f_{ceo}$  ビート信号

SHG結晶

# 参考：紫外への拡張

$f_{rep} = 1 \text{ GHz}$ における白色スペクトル↓

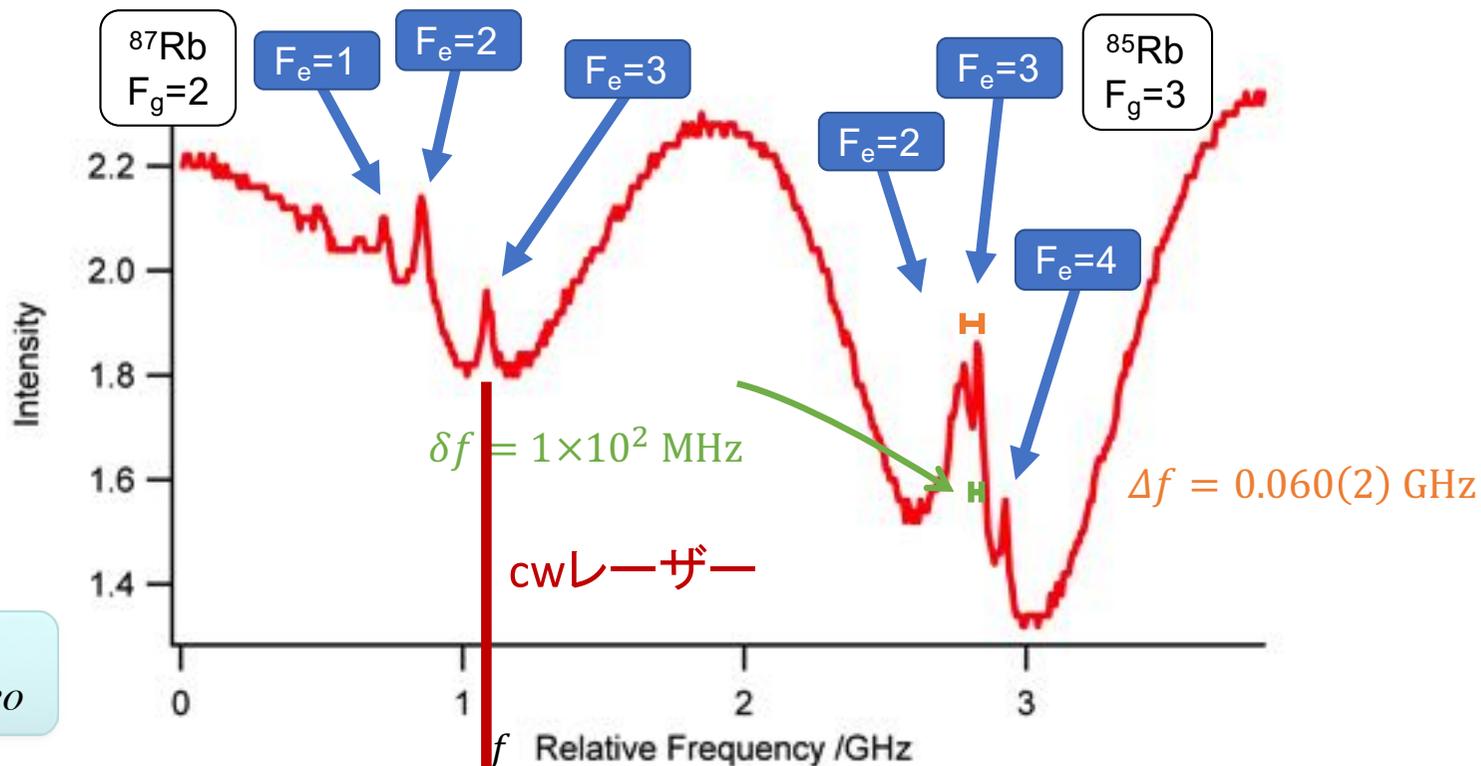


- 第二高調波を取るだけで250 nm程度までの短波長を得る事もできる  
--- Ti:Sapphireコムの大きなメリット

# 原子遷移に対するコム1本のロック

$^{87}\text{Rb}$ の  
飽和吸収スペクトル  
@ 780 nm

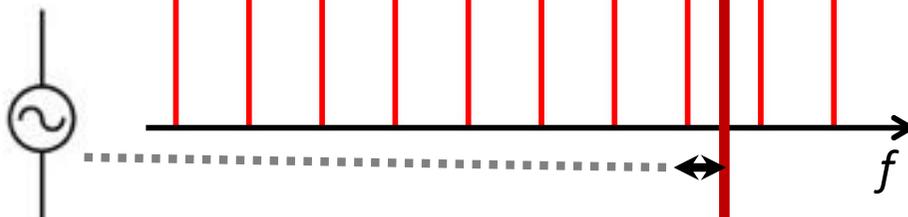
(線幅: 数MHz)



$$f_n = n \times f_{rep} + f_{ceo}$$

数kHzの線幅で  
固定

$f_{rep} \quad f_{rep} \quad f_{rep}$



- ・原子遷移にロックしたcwレーザー
- ・コム1本

周波数差が一定になるように  
レーザー共振器長を制御

## 長期安定なモード同期チタンサファイアレーザーによる周波数コム of 構築

### 1. 繰り返し周波数120 MHzの超高精度フェムト秒光周波数コム

- 光格子時計に対する1秒間あたり $10^{-18}$ の追従度で数百万本の縦モードが安定化された
- 東京大学内の光ファイバー網を通じた時計レーザーの受信と光周波数コム of 安定化

### 2. 40 GHzを超える繰り返し周波数の天文コム of 試作

- 繰り返し周波数1 GHz - 3.2 GHzのモード同期レーザー of 製作
- 繰り返し周波数1.5 GHzでコム of としての周波数安定化
- ファブリーペロー共振器を用いて40.5 GHz-67.5 GHz of 繰り返しを達成 (750-850 nm)
- 可搬な500-600 nm of 40 GHz天文コム of 構築中